

ガウスの法則

電気情報工学科* 3年 基礎電気磁気学

2015年7月14日(水)

第13回

概要

電場の大きさと電荷量の関係を表すガウスの法則について説明する。

1 ガウスの法則

1.1 電気力線の面密度

以前電気力線の書き方について説明した際、**電気力線の面密度は電場の大きさに比例しなくてはならない**ことを説明した。これは言い換えると、比例計数を1とすると電場の大きさが $E[\text{V/m}]$ であると、電気力線の密度は $E[\text{本}/\text{m}^2]$ であることになる。教科書 [1]p.23 図2・17に示す点電荷 Q を中心として半径 $r[\text{m}]$ の表面積 S の球面を考えると、球面上での電場の大きさを E とすると、この値は半径 r の球面ではいたる所で同じ値であり、電気力線の総本数は ES となる。一方で中心にある電荷 Q からは Q/ϵ_0 本の電気力線が出ることになるから、

$$ES = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1)$$

式(1)は平曲面上の“**電場の大きさと曲面の面積との積**”と“**曲面内の電荷量**”の関係を表している。

ここまでは半径 r の理想的な球体を考えたが、平曲面が複雑なより一般的なケースについて考えると、面積は微小な面素の積分(足し合わせ)として表現できるので、式(1)は以下のように書ける。

$$\int E_n dS = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (2)$$

*独立行政法人 国立高等専門学校機構 秋田工業高等専門学校

この平曲面上における“電場の大きさと曲面の面積との積”と“曲面内の電荷量”の関係を、ガウスの法則という。また、ここで Q を電荷密度 $\rho[\text{C}/\text{m}^3]$ で表現すると、以下のよう
に書くことができる。

$$\int_S E_n dS = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV \quad (3)$$

2 演習問題

- 演習書 [2]p.9 例題 2.5,2.6 及び p.10 例題 2.7

参考文献

- [1] 安達三郎, 大貫繁雄 基礎電気・電子工学シリーズ 1”電気磁気学” 森北出版株式会社
- [2] 大貫繁雄/安達三郎 演習基礎電気・電子工学シリーズ”演習 電気磁気学” 森北出版株式会社
- [3] 山田直平, 桂井誠 ”電気磁気学問題演習詳解” 電気学会大学講座 電気学会